# Arnold’ın Kedi Haritası (Arnold's cat map)

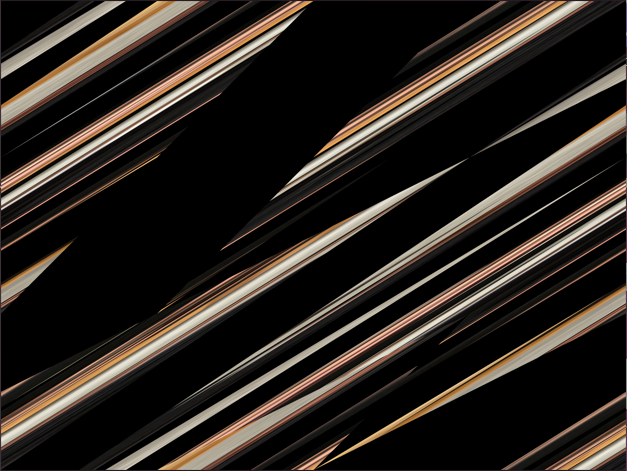
Arnold'ın Kedi Haritası, matematiksel olarak dinamik sistemler teorisinde bir yere sahip olan bir dönüşüm haritasıdır. Bu harita, 1960'larda Vladimir Arnold tarafından tanıtılmıştır. Arnold'ın Kedi Haritası, kuantum mekaniği ve karmaşık sistemlerin analizinde kullanılan bir matematiksel modeldir.

Arnold'ın Kedi Haritası, iki boyutlu bir torus üzerinde tanımlanan bir dönüşüm haritasıdır. Bu harita, bir yüzeyi belirli bir sayıda kez katlayarak ve döndürerek yeni bir yüzey elde eder. Bu katlama ve döndürme işlemleri, torusun topolojik özelliklerini değiştirmeden, ancak dokusunu karmaşık bir şekilde yeniden düzenleyerek gerçekleştirilir.

Arnold'ın Kedi Haritası, kaotik davranışın bir örneği olarak incelenir. Bu harita, basit başlangıç koşullarından başlayarak, sonraki adımlarda karmaşık ve görünmez bir desen oluşturur. Bu nedenle, Arnold'ın Kedi Haritası, kaos teorisi ve dinamik sistemlerin incelenmesinde önemli bir role sahiptir.

Matematiksel olarak, Arnold'ın Kedi Haritası, bir tamsayı matrisin bir vektöre uygulanması şeklinde ifade edilir. Bu matris, bir bileşeni diğerine dönüştürerek ve bu dönüşümü tekrar tekrar uygulayarak karmaşık bir desen oluşturur.

Arnold'ın Kedi Haritası, matematiksel teoride ve uygulamalı bilimlerde birçok alanda kullanılmaktadır, özellikle kaotik davranışın anlaşılması ve modellenmesi açısından önemlidir.

**Arnold’ın Kedi Haritası Uygulanmış Görsel** 

# Baker Haritası (Baker's map)

Baker Haritası, kaotik dinamik sistemlerin bir örneğidir ve genellikle iki boyutlu bir kare üzerinde tanımlanan bir dönüşüm olarak ele alınır. Baker Haritası, 1967'de Alan Baker tarafından tanıtılmıştır. Bu harita, karmaşık sistemlerin analizinde ve kaotik davranışın incelenmesinde önemli bir araçtır.

Baker Haritası, basit bir açıklamayla, bir kareden başka bir kareye birbirine paralel doğrular kullanılarak yapılan bir dönüşümdür. Bu dönüşüm, kareyi daha küçük parçalara böler ve ardından bu parçaları orijinal karede belirli bir şekilde yeniden düzenler. Her parça, orijinal karede belirli bir oranda ölçeklenir ve kaydırılır.

Matematiksel olarak, Baker Haritası birikimli bir dönüşüm olarak tanımlanır. Bu, her bir iterasyonda bir önceki duruma eklenen bir dönüşüm işlemiyle gerçekleştirilir. Baker Haritası'nın matematiksel ifadesi karmaşık olabilir ve çeşitli varyasyonlara sahip olabilir, ancak genellikle bir tür lineer dönüşüm ve ardından bir tür karıştırma işlemi olarak ifade edilir.

Baker Haritası, kaotik davranışın bir örneği olarak incelenir. Başlangıçta basit bir şekilde başlayan başlangıç koşulları, daha sonra karmaşık ve görünmez bir desen oluşturur. Bu kaotik davranış, Baker Haritası'nın dinamiklerinin temel bir özelliğidir ve matematiksel olarak incelenir.

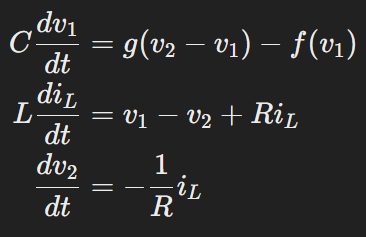
Baker Haritası, dinamik sistemler teorisi, kriptografi, bilgisayar grafikleri ve diğer alanlarda çeşitli uygulamalara sahiptir. Özellikle, rastgelelik oluşturma, veri şifreleme ve veri sıkıştırma gibi alanlarda kullanılan bir araç olarak görülebilir.

# Chua’nın Devresi (Chua’s Circuit)

Chua'nın Devresi (Chua's Circuit), Leon Chua tarafından 1983 yılında tanıtılan ve kaotik davranışları modellemek için kullanılan bir elektriksel devre modelidir. Bu devre, kaos teorisi ve dinamik sistemlerin incelemesi için önemli bir modeldir.

Chua'nın Devresi, bir direnç, endüktör ve iki doğrultucu diyottan (non-lineer elemanlar) oluşur. Bu devre, birçok basit elektrik devresi elemanını içerir ve karmaşık davranışlar sergileyebilir. Chua'nın Devresi, özellikle kaotik davranışların incelenmesi için kullanılır.

Chua'nın Devresi'nin matematiksel modeli, üç bağımsız değişken ve birkaç parametre içerir. Temel olarak, bu devre şu şekilde ifade edilebilir:



Burada, V1 ve V2 gerilimler, iL endüktör akımı, C kapasitör, L endüktör, R direnç, g ve f ise Chua'nın Devresi'nin non-lineer elemanlarının fonksiyonlarıdır.

Chua'nın Devresi, çeşitli parametre değerleri ve başlangıç koşulları altında çeşitli dinamik davranışlar sergileyebilir. Bu davranışlar arasında basit harmonik salınımlar, dönemli salınımlar, kaotik davranışlar ve hatta çeşitli çeşitli karmaşık çekiciliklere sahip çözümler bulunabilir.

Chua'nın Devresi'nin kaotik davranışları, rastgelelik ve belirsizlik gibi olguları incelemek, bilgi iletimi ve şifreleme sistemlerinde kullanmak gibi birçok uygulamada önemli rol oynamıştır.

# Kaplan-Yorke Haritası (Kaplan-Yorke Map)

Kaplan-Yorke Haritası (Kaplan-Yorke Map), kaotik dinamik sistemlerin modellemesinde kullanılan bir dönüşüm haritasıdır. Bu harita, 1979'da Kaplan ve Yorke tarafından tanıtılmıştır. Kaplan-Yorke Haritası, karmaşık ve kaotik davranışları incelemek için önemli bir matematiksel modeldir.

Kaplan-Yorke Haritası, birim aralık üzerinde tanımlanan bir dönüşüm haritasıdır. Bu harita, birim aralığı küçük parçalara böler, her parçayı belirli bir şekilde dönüştürür ve ardından birleştirerek yeni birim aralık elde eder. Bu dönüşüm işlemi, parçaları birbirine bağlayan kırılgan hiperbolik çizgiler kullanılarak gerçekleştirilir.

Kaplan-Yorke Haritası'nın temel özelliği, basit başlangıç koşullarından başlayarak, sonraki adımlarda karmaşık ve kaotik bir desen oluşturmasıdır. Bu nedenle, Kaplan-Yorke Haritası, kaos teorisi ve dinamik sistemlerin incelenmesinde önemli bir role sahiptir. Bu harita, kaotik davranışın bir örneği olarak incelenir ve karmaşık sistemlerin analizinde yaygın olarak kullanılır.

# Lorenz Sistemi

Lorenz sistemi, Edward Lorenz tarafından 1963 yılında tanıtılan ve atmosferik dolaşımı modellenmek için kullanılan bir diferansiyel denklem sistemidir. Bu sistem, basit bir atmosfer modeli olarak başlamıştır, ancak daha sonra kaotik davranışın bir örneği olarak keşfedilmiştir.

Lorenz sistemi, atmosferik akımların basit bir modelini temsil eder. Sistemin temel diferansiyel denklemleri, hava akımlarının hızı, sıcaklığı ve konveksiyonunun dinamiğini açıklar. Lorenz modeli, sadece üç değişken içerir: x, y ve z.

Green teoremi, bir düzlem bölgede bir vektör alanının etrafındaki bir kapalı eğri boyunca alınan çember integralinin, bu bölgenin içindeki vektör alanının çarpımının integraline eşit olduğunu ifade eder. Lorenz teoremi ise bu fikri üç boyutlu uzaya genişletir.

Toplantı Linkedin Postu:



Kaynakça:

1. L. O. Chua, "The Genesis of Chua's Circuit," 18th Annual IEEE Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS), 2004.
2. L. O. Chua, C. W. Wu, A. Huang, and G. Q. Zhong, "A Universal Circuit for Studying and Generating Chaos - Part I," IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1986.
3. Y. Kim, "Chua's Circuit: A Paradigm for Chaos," International Journal of Bifurcation and Chaos, 2004.
4. Arnold, Vladimir I. "Proof of a theorem of A. N. Kolmogorov on the invariance of quasi-periodic motions under small perturbations of the Hamiltonian." (Russian) Uspehi Matematicheskikh Nauk 18.5 (1963): 13-40.
5. Arnold, Vladimir I. "Small denominators. I. Mapping the circle onto itself." (Russian) Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. 25 (1961): 21-86.
6. Katok, Anatole, and Boris Hasselblatt. Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems. Cambridge University Press, 1997.
7. Smale, Stephen. "Differentiable dynamical systems." Bulletin of the American Mathematical Society 73.6 (1967): 747-817.
8. Devaney, Robert L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. Westview Press, 2003.
9. Alligood, Kathleen T., Tim D. Sauer, and James A. Yorke. Chaos: An Introduction to Dynamical Systems. Springer Science & Business Media, 2012
10. Kaplan, J. L., & Yorke, J. A. (1979). Chaotic behaior of multidimensional difference equations. In Functional differential equations and approximation of fixed points (pp. 204-227). Springer, Berlin, Heidelberg.
11. Devaney, Robert L. (2003). An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. Westview Press.
12. Alligood, Kathleen T., Tim D. Sauer, and James A. Yorke. (2012). Chaos: An Introduction to Dynamical Systems. Springer Science & Business Media.